

22067307

MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 1

Mercredi 3 mai 2006 (après-midi)

1 heure 30 minutes

Numéro de session du candidat

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- Écrivez votre numéro de session dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Répondez à toutes les questions dans les espaces prévus à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.



Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. En particulier, les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.

- 1. Considérez la série géométrique infinie $405 + 270 + 180 + \dots$
 - (a) Trouvez la raison de cette série, en donnant votre réponse sous forme de fraction simplifiée.
 - (b) Trouvez le quinzième terme de cette série.
 - (c) Trouvez la valeur **exacte** de la somme de cette série infinie.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

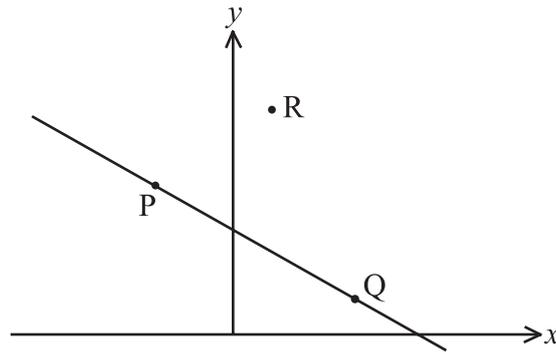
.....

.....

.....



2. Les points P(-2 ; 4), Q(3 ; 1) et R(1 ; 6) sont représentés dans le diagramme suivant.



- (a) Trouvez le vecteur \vec{PQ} .
- (b) Trouvez une équation vectorielle de la droite passant par R et parallèle à la droite (PQ).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. La population suivante est listée en ordre croissant.

5 ; 6 ; 7 ; 7 ; 9 ; 9 ; r ; 10 ; s ; 13 ; 13 ; t

La médiane de la population est 9,5. Le quartile supérieur Q_3 est 13.

(a) Donnez les valeurs de :

(i) r ;

(ii) s .

(b) La moyenne de la population est 10. Trouvez la valeur de t .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. Résolvez les équations suivantes.

(a) $\ln(x+2) = 3$.

(b) $10^{2x} = 500$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. La distribution de probabilité de la variable aléatoire discrète X est donnée par le tableau suivant.

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0,4	p	0,2	0,07	0,02

(a) Trouvez la valeur de p .

(b) Calculez l'espérance mathématique de X .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

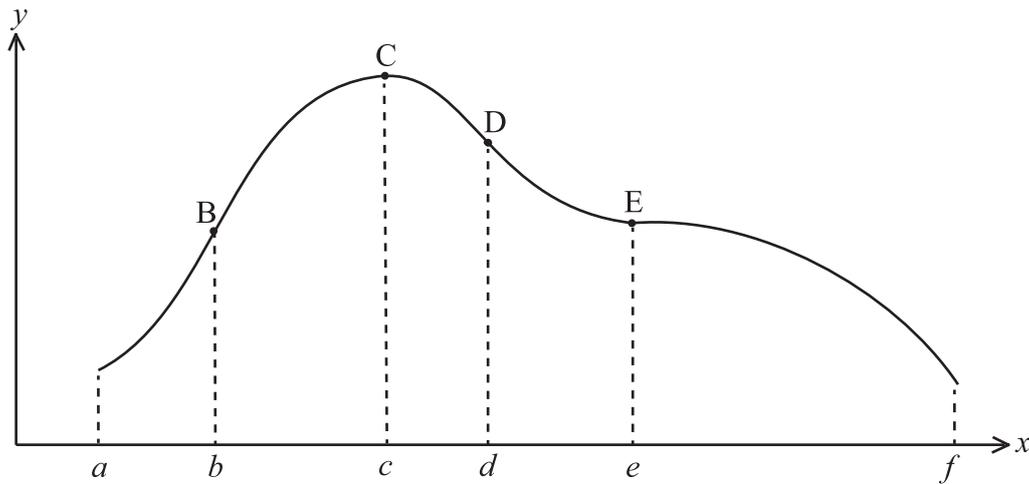
.....

.....

.....



6. La représentation graphique d'une fonction g est donnée dans la figure ci-dessous.



La pente de la courbe a sa valeur maximum au point B et sa valeur minimum au point D. La tangente est horizontale aux points C et E.

(a) Complétez le tableau ci-dessous en précisant si la dérivée première g' est positive ou négative, et si la dérivée seconde g'' est positive ou négative.

Intervalle	g'	g''
$a < x < b$		
$e < x < f$		

(b) Complétez le tableau ci-dessous en notant les points de la représentation graphique décrits par les conditions suivantes.

Conditions	Point
$g'(x) = 0, g''(x) < 0$	
$g'(x) < 0, g''(x) = 0$	



7. (a) Exprimez $y = 2x^2 - 12x + 23$ sous la forme $y = 2(x - c)^2 + d$.

La représentation graphique de $y = x^2$ est transformée en la représentation graphique de $y = 2x^2 - 12x + 23$ par les transformations :

une homothétie verticale avec un facteur de proportionnalité k **suivie de**
une translation horizontale de p unités **suivie de**
une translation verticale de q unités.

(b) Donnez la valeur de :

(i) k ;

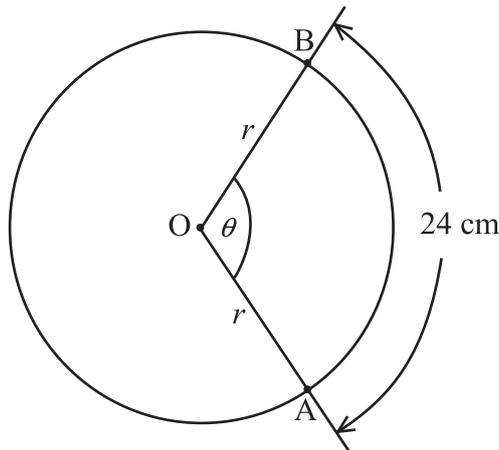
(ii) p ;

(iii) q .

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



8. La figure suivante montre un cercle de rayon r et de centre O . L'angle $AOB = \theta$.



La longueur de l'arc AB est 24 cm . L'aire du secteur OAB est 180 cm^2 .

Trouvez la valeur de r et de θ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

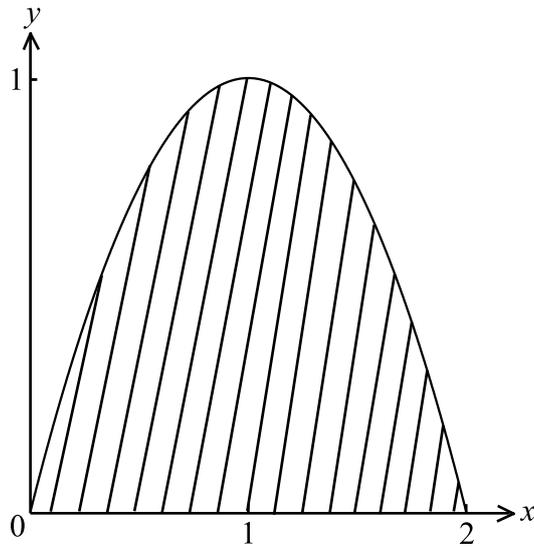
.....

.....

.....



9. Une partie de la représentation graphique de $y = 2x - x^2$ est donnée dans la figure suivante.



La région hachurée décrit une révolution de 360° autour de l'axe des abscisses.

(a) Donnez une expression de ce volume de révolution.

(b) Calculez ce volume.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



11. Considérez la fonction $f : x \mapsto 3x^2 - 5x + k$.

(a) Donnez $f'(x)$.

L'équation de la tangente à la représentation graphique de f en $x = p$ est $y = 7x - 9$.
Trouvez la valeur de :

(b) p ;

(c) k .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12. Dans une classe, 40 élèves font de la chimie seulement, 30 de la physique seulement, 20 font à la fois de la chimie et de la physique et 60 ne font ni l'un ni l'autre.

- (a) Trouvez la probabilité qu'un élève fasse de la physique sachant que cet élève fait de la chimie.
- (b) Trouvez la probabilité qu'un élève fasse de la physique sachant que cet élève **ne** fait **pas** de la chimie.
- (c) Déterminez si les événements « faire de la chimie » et « faire de la physique » sont incompatibles, indépendants, ou ni l'un ni l'autre. Justifiez votre réponse.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



14. La position s (en mètres) au temps t (en secondes) est donnée par :

$$s = 5 \cos 3t + t^2 + 10, \text{ avec } t \geq 0.$$

- (a) Donnez la valeur minimum de s .
- (b) Trouvez l'accélération a , au temps t .
- (c) Trouvez la valeur de t quand la valeur **maximum** de a est atteinte pour la première fois.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



